数　　学　　I

（全　問　必　答）

第１問　（配点　25）

〔1〕　$(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13})=\boxed{\text{アイ}}$ であるから，$19-5\sqrt{13}$ は正の実数である。$19+5\sqrt{13}$ の正の平方根を α とし，$19-5\sqrt{13}$ の正の平方根を β とする。このとき

$$\alpha^2+\beta^2=\boxed{\text{ウエ}},\qquad \alpha\beta=\boxed{\text{オ}}$$

であり

$$(\alpha+\beta)^2=\boxed{\text{カキ}},\qquad (\alpha-\beta)^2=\boxed{\text{クケ}}$$

である。したがって

$$\alpha=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}+\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

$$\beta=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}-\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

（数学 I 第１問は次ページに続く。）

このとき，$\alpha - \beta > n$ を満たす最大の整数 n は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\alpha\beta = \boxed{\text{オ}}$ に注意すると，$\beta < x < \alpha$ を満たす整数 x は全部で $\boxed{\text{タ}}$ 個あることがわかる。

（数学Ⅰ第１問は次ページに続く。）

〔2〕 a を定数とする。実数 x に関する二つの条件 p，q を次のように定める。

p：$-1 \leqq x \leqq 3$

q：$|x-a| > 3$

条件 p，q の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$ で表す。

(1) 命題「$p \Longrightarrow q$」が真であるような a の値の範囲は

$a < \boxed{\text{チツ}}$，　$\boxed{\text{テ}} < a$

である。

また，命題「$p \Longrightarrow \overline{q}$」が真であるような a の値の範囲は

$\boxed{\text{ト}} \leqq a \leqq \boxed{\text{ナ}}$

である。

(2) $a = \boxed{\text{テ}}$ のとき，$x = \boxed{\text{ニ}}$ は命題「$p \Longrightarrow q$」の反例である。

（数学Ⅰ第1問は次ページに続く。）

(3) 実数 x に関する条件 r を次のように定める。

r： $3 < x \leqq 4$

次の $\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

$a = 1$ のとき，条件「$\overline{p}$ かつ $\overline{q}$」は条件 r であるための $\boxed{\text{ヌ}}$ 。

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない

① 十分条件であるが，必要条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 （配点　25）

a を定数とする。$f(x)=(x-a)(x-4)+4$ とおき，x の2次関数 $y=f(x)$ のグラフを G とする。

(1) グラフ G の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a+\boxed{\text{ウ}},\ \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}a^2+\boxed{\text{キ}}a\right)$$

である。

(2) グラフ G と x 軸が共有点をもつような a の値の範囲は

$$a \leqq \boxed{\text{ク}},\qquad \boxed{\text{ケ}} \leqq a$$

である。G と y 軸との交点の y 座標を k とすると，$\boxed{\text{ケ}} \leqq a$ のとき，k のとり得る値の範囲は $k \geqq \boxed{\text{コサ}}$ である。

（数学Ⅰ第2問は次ページに続く。）

(3) $a \geqq$ $\boxed{\text{ケ}}$ とする。

関数 $y = f(x)$ の最小値が -12 であるのは，$a =$ $\boxed{\text{シス}}$ のときである。このとき，グラフ G と x 軸との交点の x 座標は $\boxed{\text{セ}} \pm \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(4) $a \geqq 4$ とする。

関数 $y = f(x)$ の $a - 2 \leqq x \leqq a + 2$ における最大値は $\boxed{\text{チ}}\,a$ であり，関数 $y = f(x)$ の $a - 2 \leqq x \leqq a + 2$ における最小値は

$4 \leqq a \leqq \boxed{\text{ツ}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}a^2 + \boxed{\text{キ}}\,a$ であり，

$\boxed{\text{ツ}} < a$ のとき，$\boxed{\text{テト}}\,a + \boxed{\text{ナニ}}$ である。

第3問 （配点　30）

(1)　△ABC とその辺 BC 上の点 M は

$$\mathrm{AM} = 2, \quad \mathrm{AC} = 2\sqrt{57}, \quad \mathrm{CM} = 8\sqrt{3}$$
$$\sin\angle\mathrm{ABC} : \sin\angle\mathrm{AMB} = 1 : 3$$

を満たすとする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{AMC} = -\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり，$\mathrm{AB} = \boxed{\text{ウ}}$ である。また

$$\mathrm{BM} = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}, \quad \mathrm{BC} = \boxed{\text{カキ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。△ABC の面積は $\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

（数学Ⅰ第3問は次ページに続く。）

(2) (1)の △ABC を含む平面上にない点 D を

$$\mathrm{AD} = 2\sqrt{7}, \quad \mathrm{BD} = 8, \quad \mathrm{CD} = 16$$

を満たすようにとり，四面体 ABCD を考える。

次の $\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

四面体 ABCD の四つの面のうち直角三角形は $\boxed{\text{シ}}$ と $\boxed{\text{ス}}$ の二つのみである。

⓪ △ABC　　① △ABD　　② △ACD　　③ △BCD

したがって，(1)の点 M に対して ∠DAM = $\boxed{\text{セソ}}$° であり

$$\mathrm{DM} = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。また

$$\tan\angle\mathrm{CDM} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

であるから，∠CDM の大きさは $\boxed{\text{ナ}}$ である。$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 30° 以下
① 30° より大きく 45° 以下
② 45° より大きく 60° 以下
③ 60° より大きく 90° 未満

第４問 （配点　20）

高等学校(中等教育学校を含む)の卒業者のうち，大学または短期大学に進学した者の割合(以下，進学率)と，就職した者の割合(以下，就職率)が 47 の都道府県別に公表されている。

(1) 図１は 2016 年度における都道府県別の進学率のヒストグラムであり，図２は 2016 年度における都道府県別の就職率の箱ひげ図である。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

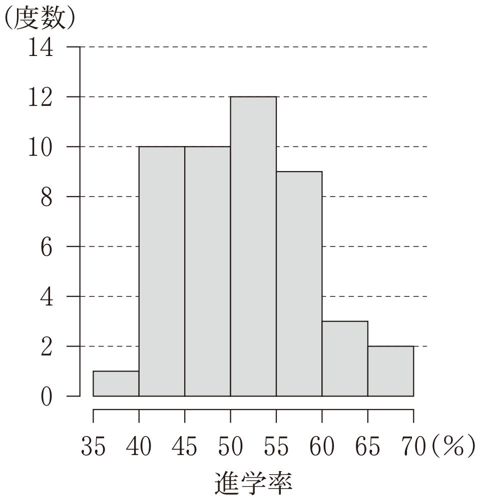


図１　2016 年度における
進学率のヒストグラム

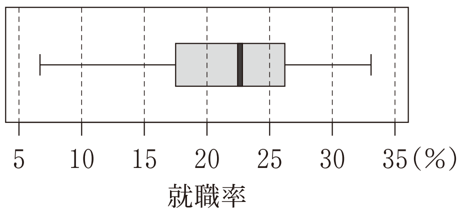


図２　2016 年度における
就職率の箱ひげ図

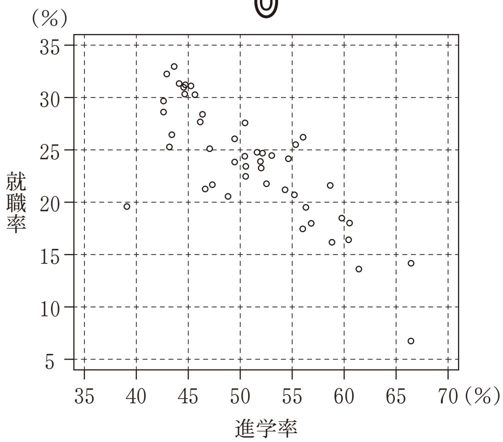
(出典：文部科学省の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ第４問は次ページに続く。)

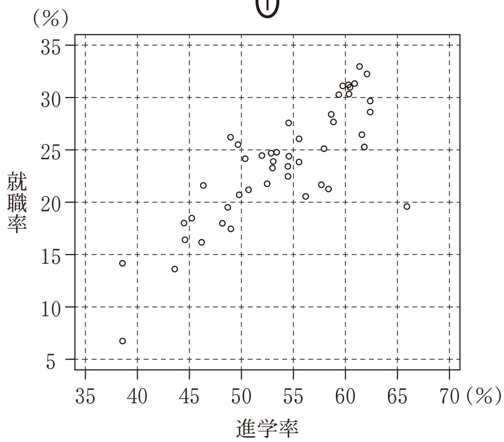
次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

2016年度における都道府県別の進学率(横軸)と就職率(縦軸)の散布図は **ア** である。

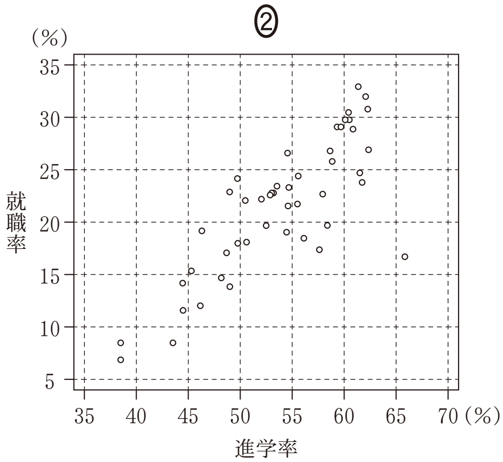
⓪



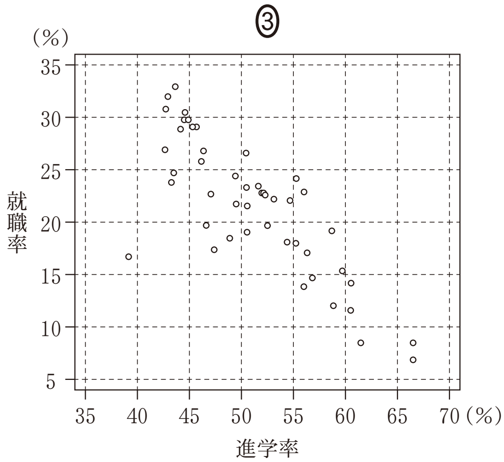
①



②



③



(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

⑵　図 3 は，1973 年度から 2018 年度まで，5 年ごとの 10 個の年度(それぞれを時点という)における都道府県別の進学率(上側)と就職率(下側)を箱ひげ図で表したものである。ただし，設問の都合で 1993 年度における箱ひげ図は表示していない。

次の $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つ選べ。

図 3 から読み取れることとして，正しい記述は $\boxed{\text{イ}}$ である。

⓪　1993 年度を除く 9 時点すべてにおいて，進学率の左側のひげの長さと右側のひげの長さを比較すると，右側の方が長い。

①　2003 年度，2008 年度，2013 年度，2018 年度の 4 時点すべてにおいて，就職率の左側のひげの長さと右側のひげの長さを比較すると，左側の方が長い。

②　2003 年度，2008 年度，2013 年度，2018 年度の 4 時点すべてにおいて，就職率の四分位範囲は，それぞれの直前の時点より減少している。

③　1993 年度を除く時点ごとに進学率と就職率の四分位範囲を比較すると，つねに就職率の方が大きい。

④　就職率について，1993 年度を除くどの時点においても最大値は最小値の 2 倍以上である。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

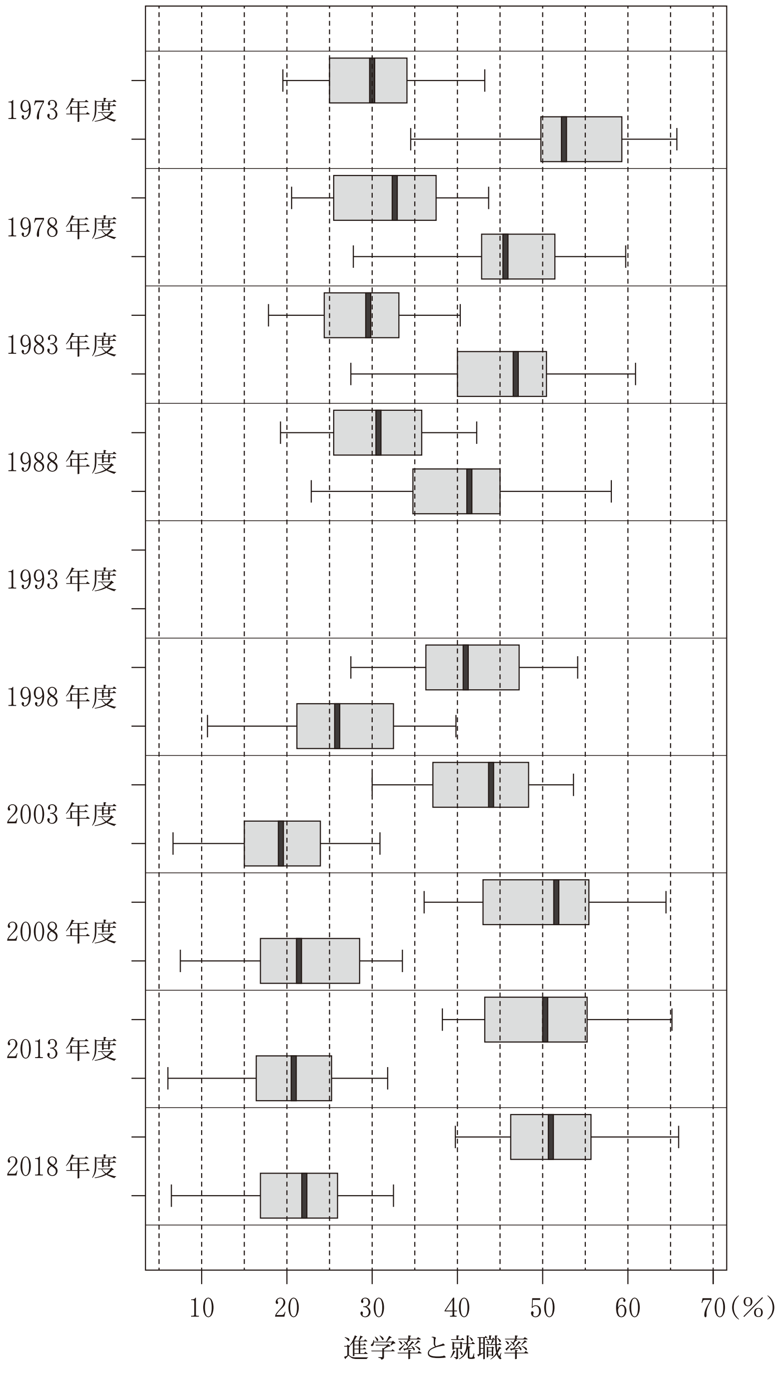


図 3　進学率(上側)と就職率(下側)の箱ひげ図

(出典：文部科学省の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

⑶　図 3 から 1998 年度，2003 年度，2008 年度，2013 年度，2018 年度の 5 時点における都道府県別の就職率の箱ひげ図を抜き出したものが図 4 である。

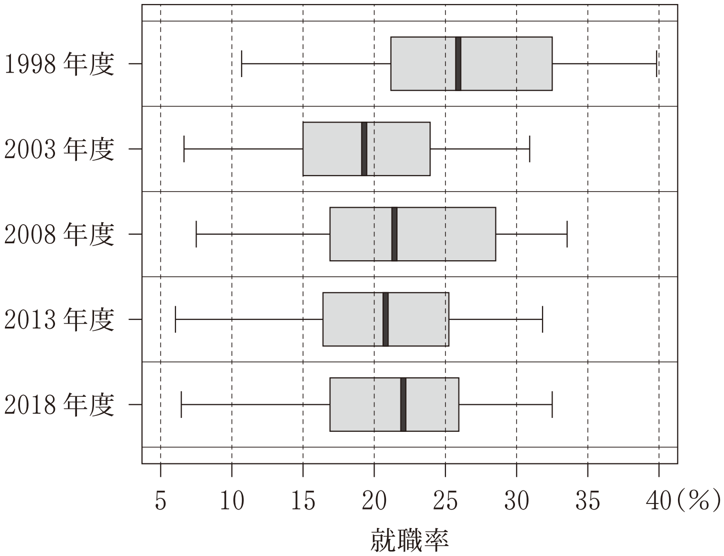


図 4　就職率の箱ひげ図

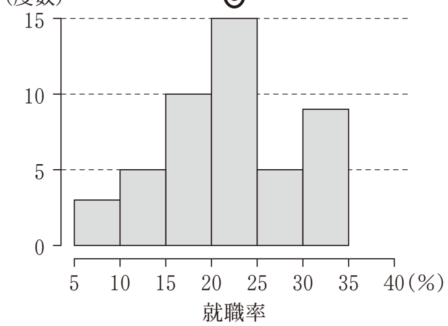
（数学 I 第 4 問は次ページに続く。）

以下は，これら5時点における都道府県別の就職率のヒストグラムである。

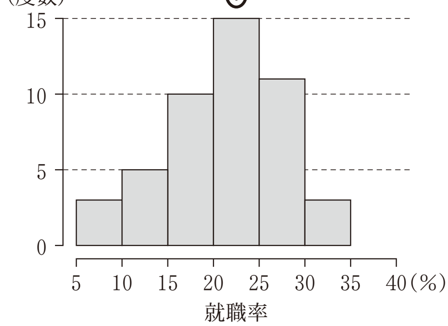
次の ウ ， エ に当てはまるものを，図4を参考に下の⓪～④のうちから一つずつ選べ。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

- 1998年度におけるヒストグラムは $\boxed{\text{ウ}}$ である。
- 2003年度におけるヒストグラムは $\boxed{\text{エ}}$ である。

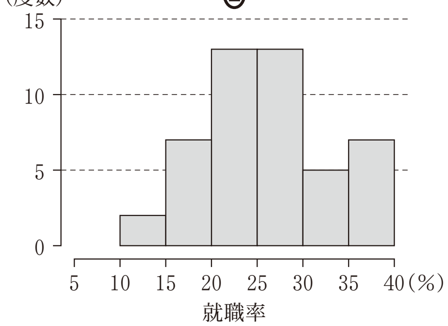
⓪



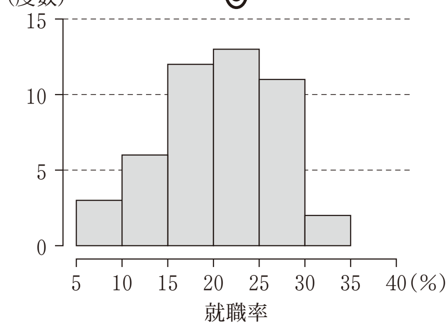
①



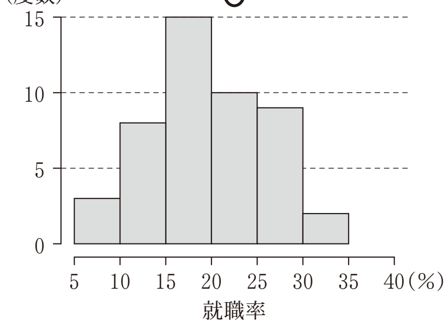
②



③



④



（数学Ⅰ第4問は次ページに続く。）

⑷ 図5は，1993年度における都道府県別の進学率(横軸)と就職率(縦軸)の散布図である。

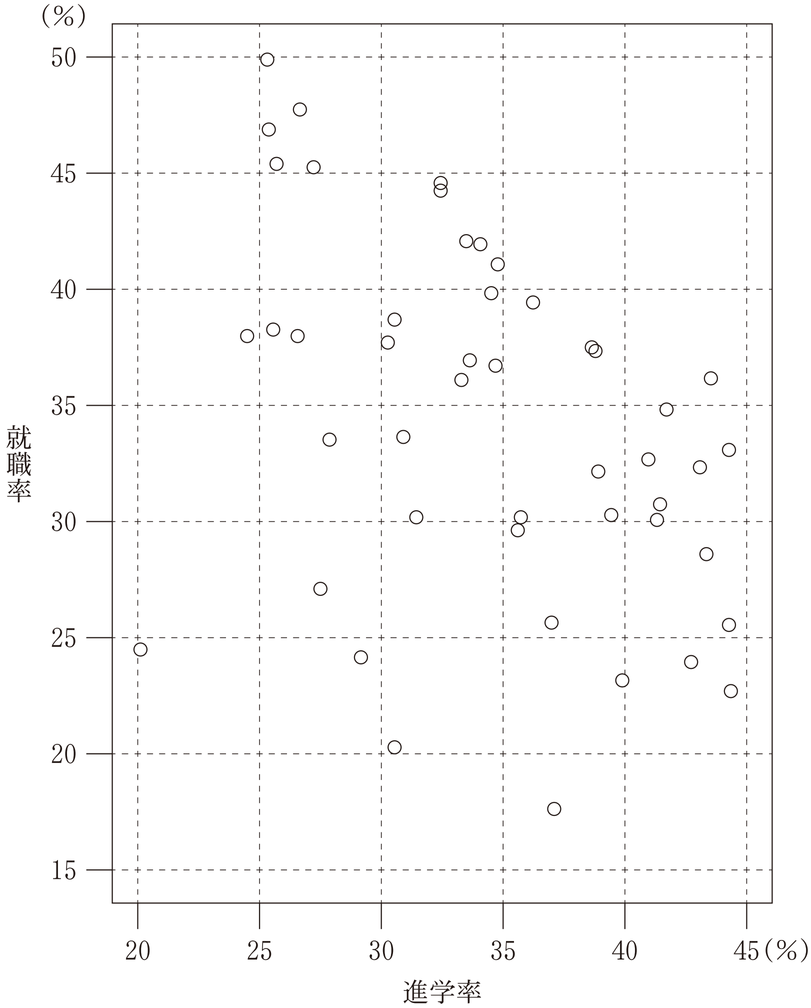


図5　1993年度における進学率と就職率の散布図

(出典：文部科学省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

次の $\boxed{\text{オ}}$ ，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる最も適当なものを，それぞれの解答群から一つずつ選べ。

1993 年度における就職率の $\boxed{\text{オ}}$ は 34.8 ％ である。

また，1993 年度における進学率の $\boxed{\text{オ}}$ は $\boxed{\text{カ}}$ ％ である。

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ 最小値	① 中央値	② 最大値
③ 第 1 四分位数	④ 第 3 四分位数	⑤ 四分位範囲

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ 10.0	① 20.1	② 29.7
③ 34.5	④ 39.7	⑤ 44.4

（数学 I 第 4 問は次ページに続く。）

(5) 図5に示した1993年度における都道府県別の進学率と就職率の相関係数を計算したところ，-0.41 であった。就職率が45％を超えている5都道府県を黒丸で示したのが図6である。

次の $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

就職率が45％を超えている5都道府県を除外したときの相関係数を r とおくと，$\boxed{\textbf{キ}}$ である。

⓪ $r < -0.41$	① $r = -0.41$	② $-0.41 < r < 0$
③ $r = 0$	④ $0 < r < 0.41$	⑤ $r \geqq 0.41$

（数学Ⅰ第4問は次ページに続く。）

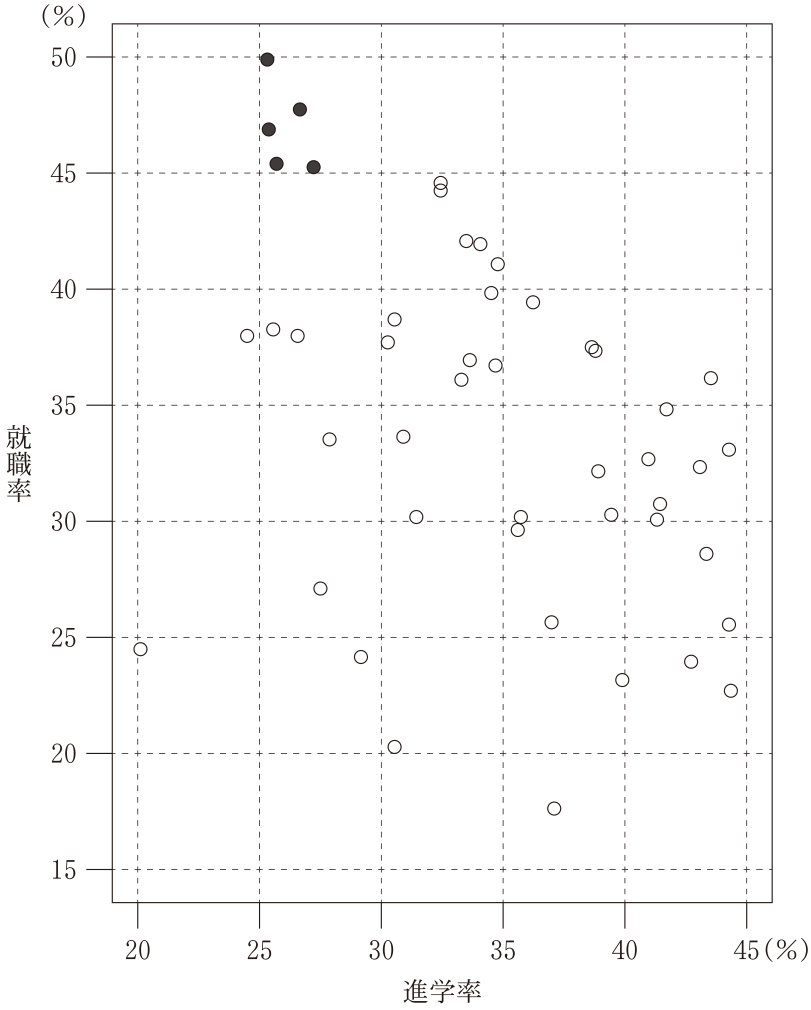


図 6　1993 年度における進学率と就職率の散布図

(数学Ⅰ第 4 問は次ページに続く。)

(6) 1993年度における進学率X，就職率Yについて，Xの平均値の2乗の値を求めたい。X^2の平均値，Yの平均値と標準偏差，XとYの共分散と相関係数は表1のとおりであった。ただし，XとYの共分散とは，Xの偏差とYの偏差の積の平均値である。なお，表1の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

表1　2乗の平均値，平均値，標準偏差，共分散，および相関係数

X^2の平均値	Yの平均値	Yの標準偏差	XとYの共分散	XとYの相関係数
1223	34	7.6	−20	−0.41

また，必要であれば以下の事実を用いてもよい。

nを自然数とする。実数値のデータu_1，u_2，…，u_nに対して，平均値を$\overline{u}$，分散をs^2とおくと

$$s^2 = \frac{{u_1}^2 + {u_2}^2 + \cdots + {u_n}^2}{n} - (\overline{u})^2$$

が成り立つ。

Xの標準偏差は，小数第2位を四捨五入すると，$\boxed{\text{ク}}$.$\boxed{\text{ケ}}$である。

次の$\boxed{\text{コ}}$に当てはまる数値として最も近いものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

Xの平均値の2乗の値は$\boxed{\text{コ}}$である。

⓪ 1122　① 1156　② 1182　③ 1223
④ 1260　⑤ 1296　⑥ 1332　⑦ 1369