〔1〕 xy 平面上の3点 A$(0, 1)$，B$(-1, 0)$，C$(1, 0)$を頂点とする△ABCの内接円を T とする。点 D$(0, -1)$を通り，傾きが正である直線を $\ell : y = ax - 1$ とする。

(1) 円 T の半径を r とする。r を求めよ。

(2) 直線 ℓ と円 $x^2 + y^2 = 1$ の交点のうち，D と異なる点を E とする。点 E の座標を a を用いて表せ。

(3) 直線 ℓ が円 T に接するとする。このとき，(2)で求めた点 E を通り，x 軸と平行な直線が，円 T に接することを示せ。

〔2〕 xy 平面において，円 $x^2 + y^2 = 1$ の $x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0$ を満たす部分を C_1 とする。また，直線 $y = x$ の $x \leqq 0$ を満たす部分を C_2 とする。C_1 上の点 A，C_2 上の点 B および点 P$(-1, 0)$ について，$\angle \mathrm{APB} = \dfrac{\pi}{2}$ であるとする。点 A の座標を $(\cos\theta, \sin\theta)$ とする。ただし $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(1) 点 B の x 座標を θ を用いて表せ。

(2) 線分 AB の中点の x 座標が 0 以上であるような θ の範囲を求めよ。

〔3〕 O を原点とする xy 平面上に 2 直線

$$\ell : y = \sqrt{3}\,x, \quad m : y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

がある。正の整数 n に対して，ℓ 上に点 $P_n(n,\ \sqrt{3}\,n)$ をとり，m 上に点 $Q_n\left(x_n,\ -\frac{1}{\sqrt{3}}x_n\right)$ をとる。ただし，x_n $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ は次の条件(I)，(II)を満たすとする。

(I) $x_1 = 1$ である。

(II) $n \geqq 2$ のとき，x_n は，Q_{n-1} を通り ℓ と平行な直線と，x 軸との交点の x 座標である。

また，正の整数 n に対して，$\triangle OP_nQ_n$ の面積を a_n とする。

(1) x_n を n を用いて表せ。

(2) a_n を n を用いて表せ。

(3) 正の整数 n に対して，$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ と定める。S_n を n を用いて表せ。

◇M6(736—86)

〔４〕 関数 $f(\theta)$，$g(\theta)$ を

$$f(\theta) = \sin\theta - \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad g(\theta) = \sin 2\theta$$

と定める。xy 平面上の曲線 C が，媒介変数 θ を用いて

$$x = f(\theta), \quad y = g(\theta) \quad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4}\right)$$

で表されている。

(1) 次の定積分 I_1，I_2，I_3 の値を求めよ。

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta \, d\theta, \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin\theta \cos 2\theta \, d\theta, \quad I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2\theta \cos 2\theta \, d\theta$$

(2) $\dfrac{dy}{dx}$ を θ の関数として表し，曲線 C の概形を xy 平面上に描け。

(3) 曲線 C，x 軸および y 軸で囲まれた図形を，y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

〔５〕 数列$\{a_n\}$が

$$a_1 = \frac{c}{1+c},\quad a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。ただし，cは正の実数である。

(1) a_2，a_3を求めよ。

(2) 数列$\{a_n\}$の一般項a_nを求めよ。

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_{n+1}}{a_n} - 1\right)$を求めよ。

〔6〕 i は虚数単位とする。複素数 z に対して，その共役複素数を $\overline{z}$ で表す。複素数平面上で，次の等式を満たす点 z の全体が表す図形を C とする。

$$z\overline{z}+(1+3i)z+(1-3i)\overline{z}+9=0$$

以下の問いに答えよ。

(1) 図形 C を複素数平面上に描け。

(2) 複素数 w に対して，$\alpha=w+\overline{w}-1$，$\beta=w+\overline{w}+1$ とする。w，α，β が表す複素数平面上の点をそれぞれ P，A，B とする。点 P は C 上を動くとする。△PAB の面積が最大となる複素数 w，およびそのときの △PAB の外接円の中心と半径を求めよ。