1　Oを原点とする xyz 空間に3点 A$(1, 5, -1)$，B$(3, 4, 2)$，C$(0, 6, 0)$ がある。3点 A，B，C の定める平面を α とし，原点 O から平面 α に垂線 OH を下ろす。直線 AH と直線 BC の交点を D とする。次の問いに答えよ。

〔1〕　中心が直線 OC 上にあり，2点 A，B を通る球面の方程式を求めよ。

〔2〕　△ABC の面積を求めよ。

〔3〕　点 H の座標を求めよ。

〔4〕　点 D の座標を求めよ。

〔5〕　四面体 OABD の体積を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を

$$\begin{cases} a_1 = 1,\ \dfrac{a_{n+1}}{n+1} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{a_n}{n} \\ b_1 = 1,\ b_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n} b_n + \dfrac{1}{2^n n} \end{cases} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

により定める。次の問いに答えよ。

〔1〕 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

〔2〕 $c_n = \dfrac{b_n}{a_n}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

〔3〕 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

〔4〕 $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とするとき，S_n を n の式で表せ。

3 b は実数，r は正の実数とする。xy 平面上に 2 つの曲線

$$C_1 : y = -\cos 2x \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$
$$C_2 : x^2 + (y-b)^2 = r^2$$

がある。$0 < a < \dfrac{\pi}{2}$ とするとき，曲線 C_1 と曲線 C_2 が共有点 $\mathrm{P}(a,\ -\cos 2a)$ をもち，点 P において共通の接線をもつとする。次の問いに答えよ。

〔1〕 b を a の式で表し，$\displaystyle\lim_{a \to +0} b$ の値を求めよ。

〔2〕 $a = \dfrac{\pi}{3}$ のとき，曲線 C_1 の $y \leqq -\cos 2a$ の部分と，曲線 C_2 の $y \geqq -\cos 2a$ の部分で囲まれた図形の面積を求めよ。

4 対数は自然対数とし，e は自然対数の底とする。次の問いに答えよ。

〔1〕 不定積分 $\displaystyle\int \frac{dx}{e^x+2}$ を求めよ。

〔2〕 関数 $f(x)$ は微分可能であり，$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は連続関数であるとする。t は正の実数とする。曲線 $y=f(x)$ $(0 \leqq x \leqq t)$ の長さを $L(t)$ とする。$f(x)$ が

$$f(x)=\begin{cases} L(x)-e^x-2x+\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{4}\log 3 & (x>0) \\ \dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\log 3 & (x=0) \end{cases}$$

を満たすとき，$f(\log 2)$ の値と $L(\log 2)$ の値を求めよ。