

令和 2 年 度 入 学 試 験 問 題

# 数 学

(文教育学部, 生活科学部用)

## 注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない.

1. この冊子の本文は3ページである. 印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること.
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること.

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと.
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい.
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること.

**1** 以下の問いに答えよ. ただし, 必要があれば,

$$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011, \quad 0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$$

であることを用いてもよい.

- (1)  $3^{53}$  の桁数を求めよ.
- (2)  $3^{53}$  の最高位の数と 1 の位の数をそれぞれ求めよ.
- (3)  $|3^{53} - 2^m|$  が最小となる整数  $m$  を求めよ.

**2**  $r$  を正の実数とし、座標平面において原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の円を考える。円の外側の点  $P(p_1, p_2)$  から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を  $A$ ,  $B$  とし、 $A$  と  $B$  を結ぶ直線を  $\ell$  とする。

- (1) 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$  と  $\vec{OB} \cdot \vec{OP}$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $\ell$  を表す方程式を求めよ。
- (3) 円の外側の点  $Q(q_1, q_2)$  が  $\ell$  上にあるとする。  $Q$  から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を  $C$ ,  $D$  とすると、 $P$  は  $C$  と  $D$  を結ぶ直線上にあることを示せ。

**3**

以下の問いに答えよ.

(1)  $n$  は自然数とする.(i) 実数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  に対して

$$|\sin(x_1 + x_2 + \dots + x_n)| \leq |\sin x_1| + |\sin x_2| + \dots + |\sin x_n|$$

が成り立つことを示せ.

(ii)  $n$  が奇数であり, 実数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  が  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0$  をみたすとき

$$|\cos x_1| + |\cos x_2| + \dots + |\cos x_n| \geq 1$$

が成り立つことを示せ.

(2) 関数  $y = \cos x + \frac{\cos 2x}{2}$  の最大値と最小値を求めよ. また, そのときの  $x$  の値をすべて求めよ.

# 数 学 共 通

(理学部用)

## 注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は3ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

**1** 以下の問いに答えよ. ただし, 必要があれば,

$$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011, \quad 0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$$

であることを用いてもよい.

- (1)  $3^{53}$  の桁数を求めよ.
- (2)  $3^{53}$  の最高位の数と 1 の位の数をそれぞれ求めよ.
- (3)  $|3^{53} - 2^m|$  が最小となる整数  $m$  を求めよ.

**2**  $r$  を正の実数とし、座標平面において原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の円を考える。円の外側の点  $P(p_1, p_2)$  から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を  $A$ ,  $B$  とし、 $A$  と  $B$  を結ぶ直線を  $\ell$  とする。

- (1) 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$  と  $\vec{OB} \cdot \vec{OP}$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $\ell$  を表す方程式を求めよ。
- (3) 円の外側の点  $Q(q_1, q_2)$  が  $\ell$  上にあるとする。  $Q$  から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を  $C$ ,  $D$  とすると、 $P$  は  $C$  と  $D$  を結ぶ直線上にあることを示せ。

**3**  $f(x) = e^{3x} - 2e^x + 2$  とする.

- (1) すべての実数  $x$  に対し  $f(x) > 0$  であることを示せ.
- (2)  $g(x) = \log(f(x))$  とおく. 関数  $g(x)$  の極値を求めよ.
- (3)  $k$  を実数の定数とする. (2) の  $g(x)$  に対し, 方程式  $g(x) - k = 0$  の異なる実数解の個数を調べよ.

# 数学・物理・化学・生物

## 注 意 事 項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

### 問題選択一覧表

(◎印：必須科目、○印：選択科目)

学 科 名		数 学 専 門 ①	数学◎	物理◎	物理◎	化学◎	化学◎	生物◎	生物◎
理 学 部	数 学 科	◎			○		○		○
	物 理 学 科		◎	◎	◎				
	化 学 科				○	◎	◎		○
	生 物 学 科				○		○	◎	◎
	情 報 科 学 科		○		○		○		○
生 活 科 学 部	食 物 栄 養 学 科				○		○		○
	人 間 ・ 環 境 科 学 科				○		○		○

2. この冊子の本文は37ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。

3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

### 記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

## 数 学 専 門 ①

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

**1**  $n$  を自然数とする。

(1)  $n \geq 3$  のとき、不等式  $2^{n-1} > n$  が成り立つことを数学的帰納法を用いて示せ。

(2) 自然数の組  $a_1, a_2, \dots, a_n$  が

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 a_2 \dots a_n$$

を満たしている。ただし、 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$  とする。このとき、 $n \geq 4$  ならば  $a_1 = a_2 = 1$  であることを示せ。

(3) 次を満たす自然数の組  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  をすべて求めよ。ただし、

$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$  とする。

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$$

**2**

以下の問いに答えよ.

- (1) 正弦, 余弦の加法定理を用いることにより, 次を示せ. ただし,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a + b < \frac{\pi}{2}$  とする.

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

- (2)  $y = \tan x$   $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$  の逆関数を  $y = g(x)$  とするとき,  
 $g\left(\frac{1}{2}\right) + g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$  が成り立つことを示せ.

- (3)  $f(t) = t - \tan t + \frac{\tan^3 t}{3}$   $\left(0 \leq t < \frac{\pi}{2}\right)$  とおく.  $f'(t)$  を計算し,  
 $0 \leq t < \frac{\pi}{2}$  のときに  $f(t) \geq 0$  が成り立つことを示せ.

- (4) 以上をもとに,  $\pi > 3.11$  を示せ.

**3** 座標平面において点  $P$ ,  $Q$  がそれぞれ  $x$  軸上,  $y$  軸上にあつて, 線分  $PQ$  の長さが  $1$  の状態を保ちながら動くものとする.

(1)  $0 < t < 1$  となる  $t$  を固定する. 線分  $PQ$  を動かすとき  $PQ$  を  $t:1-t$  に内分する点の軌跡の方程式を求めよ.

(2) 線分  $PQ$  が通る座標平面上的領域の境界を表す方程式を求めよ.

(3) (2) の領域の境界の長さを求めよ.

## 数 学 ⑥

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

**1**  $n$  を自然数とする。

(1)  $n \geq 3$  のとき、不等式  $2^{n-1} > n$  が成り立つことを数学的帰納法を用いて示せ。

(2) 自然数の組  $a_1, a_2, \dots, a_n$  が

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 a_2 \dots a_n$$

を満たしている。ただし、 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$  とする。このとき、 $n \geq 4$  ならば  $a_1 = a_2 = 1$  であることを示せ。

(3) 次を満たす自然数の組  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  をすべて求めよ。ただし、

$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$  とする。

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$$

**2**

以下の問いに答えよ.

- (1) 正弦, 余弦の加法定理を用いることにより, 次を示せ. ただし,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a + b < \frac{\pi}{2}$  とする.

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

- (2)  $y = \tan x$   $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$  の逆関数を  $y = g(x)$  とするとき,  
 $g\left(\frac{1}{2}\right) + g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$  が成り立つことを示せ.

- (3)  $f(t) = t - \tan t + \frac{\tan^3 t}{3}$   $\left(0 \leq t < \frac{\pi}{2}\right)$  とおく.  $f'(t)$  を計算し,  
 $0 \leq t < \frac{\pi}{2}$  のときに  $f(t) \geq 0$  が成り立つことを示せ.

- (4) 以上をもとに,  $\pi > 3.11$  を示せ.