

令和2年度個別学力試験問題

数 学

(理 工 学 部)

解答時間 100分

配 点 200点

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 受験番号を解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入してください。
4. 解答用紙のうら面は使用してはいけません。
5. 試験時間中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁及び汚損等がある場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
6. 問題冊子及び計算用紙は持ち帰ってもかまいません。

1 $\triangle ABC$ において $AB = 3$, $BC = 1$, $\angle B = 90^\circ$ とする。 $\angle B$ の二等分線と辺 AC の交点を D とし, 3 点 A, B, D を通る円と直線 BC の交点のうち点 B と異なる点を E とする。また, 直線 AB と直線 DE の交点を F とする。

- (1) 線分 AD の長さを求めなさい。
- (2) 線分 BE の長さを求めなさい。
- (3) 線分 AF の長さを求めなさい。

2 $\triangle OAB$ において, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし, \vec{a}, \vec{b} は
 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$

を満たすとする。 s, t, k は

$$s \geq 0, t \geq 0, s + t = k$$

を満たす実数とし, 点 P は

$$\overrightarrow{OP} = (s - 2t)\vec{a} + (s + t)\vec{b}$$

を満たしながら動くとする。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と $|-2\vec{a} + \vec{b}|$ の値を求めなさい。
- (2) $k = 1$ のとき, 点 P の存在範囲を求めなさい。
- (3) $1 \leq k \leq 2$ のとき, 点 P の存在範囲を求めなさい。
- (4) $1 \leq k \leq 2$ のとき, 点 P の存在範囲の面積を求めなさい。

3 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = (n + 3) \left(\frac{1}{3} a_n - 2 \right)$$

を満たすとする。

- (1) a_1 を求めなさい。
- (2) a_{n+1} を a_n , n を用いて表しなさい。
- (3) 一般項 a_n を n を用いて表しなさい。

4 関数 $f(x)$ は等式

$$f(x) = \sin x + 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cos t \, dt - \frac{3}{2}$$

を満たし、関数 $g(x)$ は

$$g(x) = - \int_0^x (x - t) \cos t \, dt + 1$$

とする。

- (1) 関数 $f(x)$ を求めなさい。
- (2) 関数 $g(x)$ の導関数を求めなさい。
- (3) $-\pi \leq x \leq \pi$ において、2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めなさい。