

令和2年度
入学者選抜学力試験問題

前期日程

数 学

注 意

1. 解答用紙表紙の※印欄は，受験者が記入すること。
受験番号は，本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
※印欄以外の箇所には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. 問題冊子及び解答用紙は，「解答始め」の指示があるまで開かないこと。
3. 理学部志願者が解答すべき問題はI，II，IIIの3問題である。
生活環境学部志願者が解答すべき問題はIV，V，VIの3問題である。
4. 解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙のみに記入すること。
5. 試験終了後，この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。
6. 総ページ数
問題冊子——6 ページ
解答用紙——6 ページ
下書用紙——1 枚

I (理学部)

$a > 1$ とし, $f(x) = (e^x - 1)(e^x - a)$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べよ. また, $a = 2$ のときの $y = f(x)$ のグラフをかけ.
- (2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積を a を用いて表せ.
- (3) $y = f(x)$ のグラフの, 原点での接線を l とする. l と $y = f(x)$ のグラフが原点以外で共有点をもたないような a の条件を求めよ.

II (理学部)

n を自然数とする. $a = n(n+2)$, $b = (n+3)(n+5)$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 2 は a と b の公約数とはならないことを示せ.
- (2) 5 が a と b の公約数となる時, n のみたす条件を求めよ.
- (3) 5 より大きい素数は, a と b の公約数とはならないことを示せ.

III (理学部)

空間内の4点A, B, C, Dが $AB = BC = 2$, $AC = CD = DA = 1$ をみたすとする. 直線BD上に動点Pをとる. 以下の問いに答えよ.

- (1) 内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ を求めよ.
- (2) $\vec{AC} \perp \vec{BD}$ であることを示せ.
- (3) 内積 $\vec{AC} \cdot \vec{AP}$ の値は一定であることを示せ.
- (4) $BD = \sqrt{6}$ のとき, $\cos \angle CAP$ の最大値を求めよ.

IV (生活環境学部)

5の倍数でない自然数を小さいものから順に並べた列を、次のように各群が4つの数字を含むように群に分ける。

$$\begin{array}{cccc} 1, & 2, & 3, & 4 \mid 6, & 7, & 8, & 9 \mid 11, & 12, & 13, & 14 \mid 16, & \dots \\ \text{第 1 群} & & \text{第 2 群} & & \text{第 3 群} & & & & & & \end{array}$$

n を自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 第 n 群に入るすべての数の和を n を用いて表せ。
- (2) 第 n 群に3の倍数が2つ入るような n を小さいものから順に並べた数列が初項2, 公差3の等差数列になることを示せ。
- (3) 第1群から第30群のうち3の倍数がちょうど1つ入るような群のどれかに含まれる数すべての和を求めよ。

V (生活環境学部)

三角形 ABC において、 $AB = 4a$ 、 $AC = a$ 、 $BC = b$ であるとする。∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を D とし、 $CD = c$ 、 $AD = d$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $3a < b < 5a$ を示せ。

(2) $b = 3c$ を示せ。

(3) $d^2 = 4c^2 - 4a^2$ を示せ。

(4) a 、 c 、 d が自然数であるとする。 $d \leq 8$ のとき、 a 、 b を求めよ。

VI (生活環境学部)

座標平面上の点 $P(x, y)$ ($x > 0, y > 0$) に対して, 原点 O と点 P を通る直線上に点 $Q(s, t)$ ($s > 0, t > 0$) を $OP \cdot OQ = 1$ をみたすようにとる. 以下の問いに答えよ.

(1) x, y を s, t を用いて表せ.

(2) 点 P が円 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ の上にあるとき, $s + t = \frac{1}{2}$ を示せ.

令和2年度
入学者選抜学力試験問題

後期日程

数 学

注 意

1. 解答用紙表紙の※印欄は、受験者が記入すること。
受験番号は、本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
※印欄以外の箇所には、受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. 問題冊子及び解答用紙は、「解答始め」の指示があるまで開かないこと。
3. 理学部数物科学科志願者は数学，理科から1教科選択し，解答用紙の表紙の選択別欄に○印を記入のうえ，選択した教科の問題を全問解答すること。なお，解答用紙の表紙の選択別欄に両教科とも○印をつけた場合は，すべての解答を無効とする。
理学部化学生物環境学科志願者は数学の問題を全問解答すること。なお，数学の解答用紙の表紙の選択別欄には記入しないこと。
4. 解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙のみに記入すること。
5. 試験終了後，この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。
6. 総ページ数
問題冊子——3 ページ
解答用紙——3 ページ
下書用紙——1 枚

I t を実数とし, $f(x) = x^2 + tx - |t| + 1$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) $f(0) \geq 0$ かつ $f(1) \geq 0$ であるような t の値の範囲を求めよ.
- (2) x 軸の $0 \leq x \leq 1$ の部分と放物線 $y = f(x)$ が, 異なる 2 点で交わるための t の値の範囲を求めよ.
- (3) t の値が (2) で求めた範囲にあるとき, 放物線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を t を用いて表せ.

II a を正の実数とする. 座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 (x, y) が

$$x = 1 - \cos at, \quad y = at - \sin at \quad (t \geq 0)$$

で表されているとする. 以下の問いに答えよ.

(1) 点 P の速度 $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ と速さ $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}$ を t を用いて表せ.

(2) 点 P の速さが $\sqrt{2}a$ となる t の値をすべて求めよ. また, 求めた t の値それぞれに対応する点 P の座標を求めよ.

(3) (2) で求めた t の値のうち, 最小の値を t_1 とする. 時刻 $t=0$ から $t=t_1$ までの間に点 P が動く道のり $L = \int_0^{t_1} |\vec{v}| dt$ を求めよ.

III 座標平面上に、原点を中心とする半径1の円がある。その円上に3点

$A(0, 1)$, $B(1, 0)$, $C(1, 0)$ をとる。三角形 ABC の内接円を O_1 とし、円 O_1 に内接する二等辺三角形 $A_1B_1C_1$ をつくる。ただし、 B_1C_1 は円 O_1 の中心を通り x 軸に平行で、 A_1 の y 座標は B_1 の y 座標より大きいとする。さらに、三角形 $A_1B_1C_1$ の内接円を O_2 とし、円 O_2 に内接する二等辺三角形 $A_2B_2C_2$ をつくる。ただし、 B_2C_2 は円 O_2 の中心を通り x 軸に平行で、 A_2 の y 座標は B_2 の y 座標より大きいとする。同様にして次々に、円 O_3 , 二等辺三角形 $A_3B_3C_3$, 円 O_4 , 二等辺三角形 $A_4B_4C_4$, ……をつくる。自然数 n に対して、円 O_n の半径と中心の y 座標をそれぞれ r_n , p_n とする。以下の問いに答えよ。

(1) r_1 を求め、円 O_1 の中心の座標を求めよ。

(2) r_2 を求めよ。

(3) r_n を n を用いて表せ。

(4) p_n を n を用いて表し、 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ。