注　意　問題1, 2, 3, 4, 5の解答を, **解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。空欄（ア）～（ヌ）については, 分数は既約分数にするなど最もふさわしいもの（数, 式など）を**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。

1

（1）　i を虚数単位とする。複素数平面上で $z=x+yi$ は, $|z|=1$ かつ $y \geqq 0$ を満たしながら動くとする。ただし, x と y は実数である。このとき, 点 z のえがく図形を C とする。また, C 上に2点 $A_1(z_1)$, $A_2(z_2)$ をとったとき, 線分 A_1A_2 の中点をMとする。

（i）　$z_1=1$ とする。点 $A_2(z_2)$ が C 上を動くとき, Mがえがく曲線と実軸で囲まれた部分の面積は $\boxed{（ア）}$ である。

（ii）　2点 $A_1(z_1)$, $A_2(z_2)$ が $z_2\overline{z_1}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ を満たしながら C 上を動くとき, Mがえがく曲線の長さは $\boxed{（イ）}$ である。ただし, $\overline{z_1}$ は z_1 と共役な複素数である。

（2）　次の2つの放物線

$$C_1 : y=x^2,\ C_2 : y=x^2-4$$

を考える。C_2 上の点 $P(t,\ t^2-4)$ から C_1 に2本の接線を引く。これら2本の接線と C_1 の接点をA, Bとする。ただし, 点Aの x 座標は点Bの x 座標より小さいとする。このとき, 点Aの x 座標は, t を用いて表すと $\boxed{（ウ）}$ となる。

次に, 線分PAを1:2に内分する点をQ, 線分QBを2:3に内分する点をRとする。このとき, $\overrightarrow{PR}=\boxed{（エ）}\overrightarrow{PA}+\boxed{（オ）}\overrightarrow{PB}$ である。点Pが C_2 上を動くとき, 点R$(x,\ y)$ の軌跡の方程式は $y=\boxed{（カ）}$ である。

2

（1） $P(x)$を整式とし，$P'(x)$を$P(x)$の導関数とする。このとき，$x=\alpha$が方程式$P'(x)=0$の解となることは，$x=\alpha$が方程式$P(x)=0$の2重解となるための必要条件であることを証明しなさい。

（2） kが0でない実数を動くとき，放物線$C_1：y=kx^2$と円$C_2：(x-5)^2+y^2=7$の共有点の個数は最大で $\boxed{（キ）}$ 個である。

（3） （2）において，放物線C_1と円C_2の共有点の個数がちょうど1個となるkを考える。このとき，共有点のx座標はkの値によらず $\boxed{（ク）}$ である。また，kの取り得る値は $\boxed{（ケ）}$ である。

3

赤い玉と白い玉が3個ずつ入った箱があり，次のような操作を繰り返す。表の出る確率が p，裏の出る確率が $1-p$ のコインを投げ，

- 表が出た場合，1個の玉を箱から取り出す。
- 裏が出た場合，2個の玉を同時に箱から取り出す。

（1） $p=\dfrac{1}{2}$ とし，各操作で取り出した玉はもとの箱に戻すものとする。2回の操作で取り出した玉の色がすべて赤である確率は $\boxed{\text{（コ）}}$ である。

また，3回の操作で取り出した玉の総数が5個であるという条件の下で，取り出した玉の色がすべて赤である確率は $\boxed{\text{（サ）}}$ である。

（2） $p=\dfrac{1}{2}$ とし，各操作で取り出した玉は箱に戻さないものとする。2回の操作で取り出した玉の色がすべて赤である確率は $\boxed{\text{（シ）}}$ である。

（3） $0<p<1$ とし，各操作で取り出した玉は箱に戻さないものとする。3回の操作で赤い玉と白い玉をちょうど2個ずつ取り出す確率は $\boxed{\text{（ス）}}$ である。

また，3回の操作で取り出した赤い玉と白い玉の数が等しい確率が $1-p$ となるのは $p=\boxed{\text{（セ）}}$ のときである。

4

実数全体で定義された連続な関数 $f(x)$ に対し，

$$g(x)=\int_0^{2x} e^{-f(t-x)}dt$$

とおく。

（1） $f(x)=x$ のとき，$g(x)=\boxed{\text{（ソ）}}$ である。

（2） 実数全体で定義された連続な関数 $f(x)$ に対し，$g(x)$ は奇関数であることを示しなさい。

（3） $f(x)=\sin x$ のとき，$g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を求めると，$g'(x)=\boxed{\text{（タ）}}$ である。

（4） $f(x)$ が偶関数であり，$g(x)=x^3+3x$ となるとき，$f(x)=\boxed{\text{（チ）}}$ である。このとき，$\int_0^1 f(x)\,dx$ の値は $\boxed{\text{（ツ）}}$ である。

5

平行四辺形 ABCD において，AB = 2，BC = 3 とし，対角線 AC の長さを 4 とする。辺 AB，BC，CD，DA 上にそれぞれ点 E，F，G，H を AE = BF = CG = DH = x を満たすようにとる。ただし，x は $0 < x < 2$ の範囲を動くとする。さらに，対角線 AC 上に点 P を AP = x^2 を満たすようにとる。以下では，平行四辺形 ABCD の面積を S とする。

（1） △AEP の面積を T_1 とする。$\dfrac{T_1}{S}$ は，x を用いて表すと $\boxed{\text{（テ）}}$ となる。

（2） △EFP の面積を T_2 とする。$\dfrac{T_2}{S}$ は，$x = \boxed{\text{（ト）}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{（ナ）}}$ をとる。

（3） △GHP の面積を T_3 とする。$\dfrac{T_3}{S} = \dfrac{1}{3}$ となるのは $x = \boxed{\text{（ニ）}}$ のときである。

（4） 点 P が線分 EH 上にあるのは $x = \boxed{\text{（ヌ）}}$ のときである。