各問題の解答は，解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること．
枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は，採点の対象にはならない．

〔1〕

次の文章中の $\boxed{}$ に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

（1） 2020 の約数のうち，3 桁の素数は 1 個だけで，それは $\boxed{\text{ア}}$ である．2020 の約数は $\boxed{\text{イ}}$ 個あり，それらの和は $\boxed{\text{ウ}}$ である．また，3 桁の約数は $\boxed{\text{エ}}$ 個ある．

（2） $\log_2(x+2)+\log_2(2x-3)=2$ の解は $x=\boxed{\text{オ}}$ である．また，$2(\log_2 x)^2+5\log_2 x-12=0$ は有理数の解 $x=\boxed{\text{カ}}$ と無理数の解 $x=\boxed{\text{キ}}$ をもつ．

（3） △ABC の 3 つの角 A, B, C について $\sin A:\ \sin B:\ \sin C=7:5:3$ とする．このとき $A=\boxed{\text{ク}}$ であり，辺 AC を直径とする円の面積は △ABC の面積の $\boxed{\text{ケ}}$ 倍である．また，点 B から直線 AC に垂線 BH を下ろすと，H は辺 AC を $\boxed{\text{コ}}$ の比に外分する．

〔2〕 次の文章中の $\boxed{}$ に適する式または数値を, 解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ. 途中の計算を書く必要はない.

xy 平面において $\mathrm{O}(0,0), \mathrm{A}(1,0), \mathrm{B}(0,\sqrt{3}), \mathrm{C}(-1,0)$ とする. $0<\alpha<1$ とする. 線分 AB を $\alpha : 1-\alpha$ に内分する点を P, 線分 BC を $\alpha : 1-\alpha$ に内分する点を Q とする. このとき, P の座標は $\boxed{\text{ア}}$ である.

$\beta = 1-\alpha$ とおくと $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}| = \sqrt{\boxed{\text{イ}}\,\alpha^2+\beta^2}$ であり, $t=\alpha\beta$ とおくと t のとりうる値の範囲は $0<t \leqq$ $\boxed{\text{ウ}}$ である.

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を t で表すと $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \boxed{\text{エ}}$ である. また, $\alpha^2+\beta^2$, $\alpha^4+\beta^4$ と $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}||\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$ を t で表すと, $\alpha^2+\beta^2 = \boxed{\text{オ}}$, $\alpha^4+\beta^4 = \boxed{\text{カ}}$, $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}||\overrightarrow{\mathrm{OQ}}| = \boxed{\text{キ}}$ である.

$\theta = \angle\mathrm{POQ}$ とおくと, θ のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{ク}} \leqq \theta < \boxed{\text{ケ}}$ であり, $\theta = \boxed{\text{ク}}$ となるのは $\alpha = \boxed{\text{コ}}$ のときである.

〔3〕　次の文章中の $\boxed{}$ に適する式または数値を，解答用紙の同じ記号のついた $\boxed{}$ の中に記入せよ．途中の計算を書く必要はない．

数列 $\{a_n\}$ は初項 3，公比 3 の等比数列とすると，その一般項は $a_n = \boxed{\text{ア}}$ であり，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = \boxed{\text{イ}}$ である．数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$ で定義すると，その一般項は $b_n = \boxed{\text{ウ}}$ である．

数列 $\{c_n\}$ について

$$\sum_{k=1}^{n} a_k b_k c_k = \frac{1}{36}(2n+1)(2n+3)(2n+5) \quad \cdots\cdots(*)$$

が成り立つとする．このとき $c_1 = \boxed{\text{エ}}$ である．$T_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k b_k c_k$ とおく．$(*)$ より，$n \geqq 2$ のとき $T_n - T_{n-1}$ を n の式で表すと $T_n - T_{n-1} = \boxed{\text{オ}}$ である．ゆえに $n \geqq 2$ のとき $c_n = \boxed{\text{カ}}$ である．以上より

$$\lim_{n\to\infty} n3^n c_n = \boxed{\text{キ}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n c_n}{2n+3} = \boxed{\text{ク}}$$

である．また，$c_n + \dfrac{1}{3^n(n+1)} = \boxed{\text{ケ}}$ $(n \geqq 2)$ であるから $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} c_n = \boxed{\text{コ}}$ である．

〔4〕　a, b, c は定数で, $a>0, b>0, c>1$ とする. 2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x)=a\sqrt{x}, \qquad g(x)=b\sqrt{c-x}$$

とし, 2つの曲線 C_1 と C_2 を $C_1: y=f(x)$, $C_2: y=g(x)$ とする. また, 曲線 C_1 と 曲線 C_2 は点 A において交わり, かつ点 A における C_1 の接線と C_2 の接線が垂直であるとする. ただし, 点 A の x 座標は 1 とする. さらに, 曲線 C_1 と 曲線 C_2 および x 軸で囲まれた部分を D とする.

次の問いに答えよ.

(1)　2つの関数 $f(x)$ および $g(x)$ の導関数を求めよ.

(2)　b の値を求めよ. また, a を c で表せ.

(3)　D の面積が $\dfrac{40}{3}$ であるとする. このとき, a と c の値, および交点 A の座標を求めよ.

(4)　a と c が (3) の値をとるとき, D を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V_x と y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V_y を求めよ.