

1 以下の問いに答えよ。

- (1) 10^{10} を 2020 で割った余りを求めよ。
- (2) 100桁の正の整数で各位の数の和が2となるもののうち、2020 で割り切れるものの個数を求めよ。

2 a を定数とし、 $0 \leq \theta < \pi$ とする。方程式

$$\tan 2\theta + a \tan \theta = 0$$

を満たす θ の個数を求めよ。

3 半径1の円周上に3点A, B, Cがある。内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ の最大値と最小値を求めよ。

4 $x > 0$ に対し

$$F(x) = \frac{1}{x} \int_{2-x}^{2+x} |t-x| dt$$

と定める。 $F(x)$ の最小値を求めよ。

5 n を正の整数とする。1 枚の硬貨を投げ、表が出れば 1 点、裏が出れば 2 点を得る。この試行を繰り返し、点の合計が n 以上になったらやめる。点の合計がちょうど n になる確率を p_n で表す。

(1) p_1, p_2, p_3, p_4 を求めよ。

(2) $|p_{n+1} - p_n| < 0.01$ を満たす最小の n を求めよ。