（1） 次の問いに答えなさい。

(i) 1個のさいころを6回続けて投げる。6回目に初めて6の目が出る確率を求めなさい。

(ii) n が整数のとき，n^2 を4で割ったときの余りを求めなさい。

(iii) 数列 $\{a_n\}$ を，$a_1 = 1$，$a_{n+1} = 3a_n + 2n - 4$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ により定める。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

（2） 循環小数を以下のように表す。

$$0.333\cdots\cdots = 0.\dot{3} \qquad 1.432432432\cdots\cdots = 1.\dot{4}3\dot{2}$$

次の問いに答えなさい。

(i) 十進法の $0.\dot{1}$ を十進法の分数で表しなさい。

(ii) 十進法の $0.\dot{1}\dot{7}$ を十進法の分数で表しなさい。

(iii) 十進法の $5.\dot{3}$ を三進法の小数で表しなさい。

(iv) 十進法の 0.8 を二進法の小数で表しなさい。

（3） 座標平面上において，次の問いに答えなさい。

(i) 点$(8,\ 6)$を中心とし，円$x^2+y^2=49$に外接する円の方程式を求めなさい。

(ii) kを実数とし，2つの円$x^2+y^2-4x+4ky+4k^2-5=0$，$x^2+y^2=49$が共有点をもたないとき，定数kのとりうる値の範囲を求めなさい。

(iii) 2つの円$x^2+y^2=49$，$x^2+y^2-18x+6y+65=0$の交点A，Bと，円$x^2+y^2=49$上の点Pがつくる三角形を△ABPとする。△ABPの面積が最大となるとき，点Pの座標を求めなさい。

（4） p，qを実数とし，原点をOとする座標平面上に，3点$\mathrm{A}(1,\ p)$，$\mathrm{B}(3,\ -1)$，$\mathrm{C}(q,\ -2)$をとる。次の問いに答えなさい。

(i) $p=-3$，$q=5$のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$を$k\overrightarrow{\mathrm{OA}}+l\overrightarrow{\mathrm{OB}}$（$k$，$l$は実数）の形で表しなさい。

(ii) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$と$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$が垂直であり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$が平行であるとき，$p$，$q$の値を求めなさい。

(iii) $|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=\sqrt{5}\,|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|$が成り立ち，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$のなす角が$30^\circ$であるとき，$p$，$q$の値を求めなさい。

（5） $0<x<\pi$ とする。関数 $f(x)=\sin x\cos(\pi-x)$，$g(x)=\dfrac{\cos(\pi-x)}{\sin x}$ について，次の問いに答えなさい。

(i) $g(x)\geqq f(x)$ を満たす x の値の範囲を求めなさい。

(ii) $f(x)$ のとりうる値の範囲を求めなさい。

(iii) 定数 α は $0<\alpha<\pi$ を満たすとする。$0<x<\pi$ におけるすべての x に対して，$g(x)=\tan(x-\alpha)$ が成り立つように α の値を定めなさい。

(iv) 定数 β は実数とする。x に関する方程式 $f(x)=\beta g(x)$ が異なる 3 つの解をもつような β の値の範囲を求めなさい。

（6） 次の問いに答えなさい。ただし，log は自然対数を表す。

(i) a を実数とする。関数 $f(x) = \log(x+1) - a$ に対して，

$\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = a$ を満たす a の値を求めなさい。

(ii) $x > -1$ におけるすべての x に対して，関数 $g(x)$ は連続で，

$g(x) = \log(x+1) + \dfrac{1}{x+1}\displaystyle\int_0^1 g(t)\,dt$ を満たすとする。$g(0)$ の値を求めなさい。

(iii) $x > -1$ におけるすべての x に対して，関数 $h(x)$ は連続で，

$h(x) = \log(x+1) + \dfrac{1}{x+1}\displaystyle\int_0^x h(t)\,dt$ を満たすとする。

① 導関数 $h'(x)$ を求めなさい。

② $h(x)$ を求めなさい。

（７） 次の問いに答えなさい。

(i)　１個のさいころを３回続けて投げ，出た目の数を順に x_1，x_2，x_3 とする。$x_1 + x_2 + x_3$ が２で割り切れるとき，x_1，x_2，x_3 のうち少なくとも１つが奇数である確率を求めなさい。

(ii)　１個のさいころを３回続けて投げ，出た目の数を順に x_1，x_2，x_3 とする。積 $x_1x_2x_3$ が４で割り切れる確率を求めなさい。

(iii)　１個のさいころを７回続けて投げ，出た目の数を順に x_1，x_2，x_3，x_4，x_5，x_6，x_7 とする。${x_1}^{2(x_2+x_3+x_4)}$ が積 $x_5x_6x_7$ で割り切れる確率を求めなさい。

（8） n を $n \geqq 2$ を満たす自然数とする。原点を O とする座標平面上に異なる $2n$ 個の点 P_1，P_2，……，P_{2n-1}，P_{2n} を以下を満たすようにとる。

$$OP_{2k-1} = 1 \quad (1 \leqq k \leqq n),$$

$$OP_{2k} = 1 + \frac{1}{n} \quad (1 \leqq k \leqq n),$$

$$\angle P_iOP_{i+1} = \frac{\pi}{n} \quad (1 \leqq i \leqq 2n-1), \quad \angle P_{2n}OP_1 = \frac{\pi}{n}$$

線分 P_1P_2，P_2P_3，……，$P_{2n-1}P_{2n}$，$P_{2n}P_1$ を辺とする $2n$ 角形 $P_1P_2 \cdots\cdots P_{2n-1}P_{2n}$ の周の長さを L_n，面積を S_n とする。次の問いに答えなさい。

(i) L_2，S_2 の値を求めなさい。

(ii) $\lim_{n \to \infty} S_n = \pi$ を示しなさい。

(iii) $\lim_{n \to \infty} L_n$ を求めなさい。

(9) 三進法の循環小数を以下のように表す。

$$0.002002002\cdots_{(3)} = 0.\dot{0}0\dot{2}_{(3)}$$

次の問いに答えなさい。

(i) 十進法の $\dfrac{20}{27}$ を三進法の小数で表しなさい。

(ii) m，n を正の整数とする。十進法の $\dfrac{n}{m}$ が三進法の小数で $0.\dot{0}11\dot{0}_{(3)}$ と表されるように，m，n を1組定めなさい。

(iii) n を $n \geqq 1$ を満たす整数とする。十進法の $\dfrac{1}{3^n - 1} - \dfrac{1}{3^n}$ を三進法の小数で表したとき，初めて1が現れるのは小数第何位か答えなさい。

(iv) 十進法の $\dfrac{3^{2020}}{7}$ を三進法の小数で表したとき，三進法で表された小数の小数部分を答えなさい。